Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS ERPC

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul d'une aire (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et statistique appliquées à l'obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 9**

Sujet officiel (PDF) : https://bts-erpc.fr/assets/annales/bts-erpc/E2 - Mathématiques/2018/BTS ERPC - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d’un train à très haute vitesse et calcul d’une aire

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise à atteindre 400 km/h en moins de deux minutes, et la distance parcourue est modélisée par une fonction étudiée à l’aide d’une équation différentielle. L’exercice porte aussi sur les variations et la vitesse du wagon, puis sur le calcul de l’aire d’une pièce dessinée pour une future gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

On compare l’équation à la forme fournie $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0,2$. La formule donne donc $y(t) = ke^{-at} = ke^{0,2t}$, où k est une constante réelle. Cette expression décrit toutes les solutions sur $[0, +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Vérification : $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche, $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = -15 + 3t + 15 = 3t$. On retrouve bien le membre de droite de l’équation différentielle. La fonction proposée est donc une solution sur $[0, 3]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est bien une solution de $y' - 0,2y = 3t$.

Question 3°. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

La solution générale de l’équation homogène est $ke^{0,2t}$, et une solution particulière de l’équation complète est $g(t) = -15t - 75$. Toute solution de l’équation complète s’obtient en ajoutant ces deux expressions. La constante k peut prendre toute valeur réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu’au temps t = 0 le wagon est au point de départ.

1. La solution générale est $f(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$.
2. La condition $f(0) = 0$ donne $k - 75 = 0$, donc $k = 75$.
3. En remplaçant k, on obtient la fonction cherchée. Elle vérifie l’équation et la position initiale du wagon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75 = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions de f(t) et de f'(t) fournies par le logiciel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Comme 15 est positif, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. La fonction exponentielle étant croissante, cette dernière inégalité équivaut à $0,2t \geq 0$, soit $t \geq 0$. Sur l'intervalle demandé, elle est donc vérifiée partout, avec égalité à l'origine.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, et $f'(0) = 0$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée est nulle en 0 et positive sur $]0, 3]$. La fonction est donc croissante sur tout l'intervalle. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	0	$16,659$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante de 0 à environ $16,659$ km sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

Au bout d'une minute, la distance parcourue est $f(1)$. En utilisant l'expression de l'énoncé, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. L'arrondi au dixième donne la distance demandée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(1) \approx 1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que la vitesse instantanée du wagon, en kilomètre par minute, est donnée par f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

1. La vitesse est $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$, en km/min.
2. À $t = 2$, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min.
3. Après arrondi au dixième, on obtient la vitesse instantanée à deux minutes.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> À $t = 2$, la vitesse est d'environ $7,4$ km/min.

Question 3° b). Déterminer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil de 400 km/h correspond à $400/60 \approx 6,667$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min, soit environ $442,642$ km/h. Comme cette vitesse dépasse le seuil et que $f'(t)$ est croissante, le wagon atteint 400 km/h avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif est atteint avant deux minutes : la vitesse à deux minutes dépasse 400 km/h.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Au point d'abscisse 2, la pente vaut $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$, et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. La formule de la tangente donne $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Après simplification, on obtient la troisième expression proposée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Dimension	Valeur
Largeur du rectangle	3
Hauteur du rectangle	$2,25$
Aire	$3 \times 2,25 = 6,75$

Le rectangle OPQR s'étend de $x = 0$ à $x = 3$, et son bord supérieur est à $y = 2,25$. L'aire correspond donc à la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc l'aire est $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie, $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9) + c_1$, on calcule $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2$. L'évaluation donne environ $4,679$ unités d'aire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. À partir des questions précédentes, déduire l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée totale est deux fois l'aire située à droite de l'axe des ordonnées. Cette aire droite est le rectangle moins la partie sous la courbe de g, d'où $A = 2(A_1 - A_2)$. En utilisant les résultats précédents, $A = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$. L'arrondi est donné au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A = 13,5 - \frac{27}{2}\ln 2 \approx 4,143$ u. a.

2. Probabilités et statistique appliquées à l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, puis la proportion de téléphones non réparables dans un lot prélevé parmi les retours au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral destiné à vérifier une affirmation de sondage concernant l'obsolescence programmée de la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé concernant 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant les appareils touchés ou non par l'obsolescence technique et ceux touchés ou non par l'obsolescence logicielle.

Sur 200 smartphones, 3 % correspondent à 6 appareils touchés techniquement et 8 % à 16 appareils touchés logiciellement. L'intersection compte 12,5 % de 16, soit 2 appareils. Les autres effectifs se déduisent des totaux.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Tableau complété : 2, 4, 14 et 180 ; totaux 6, 194, 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour les événements T « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant que L est réalisé.

Les proportions données dans l'énoncé fournissent directement les probabilités des événements T et L. La proportion de smartphones touchés techniquement parmi ceux touchés logiciellement est la probabilité conditionnelle demandée.

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∩ L).

Par la formule des probabilités conditionnelles, $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0{,}010$.

Question 3° b). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∪ L).

La formule de l'union donne $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$. Ainsi, $0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0{,}100$.

Question 3° c). À l'aide des questions précédentes, calculer P_T(L), la probabilité de L sachant que T est réalisé.

La probabilité conditionnelle recherchée est le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T : $P_T(L) = 0{,}01 / 0{,}03 = 1/3$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) = 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui associe à chaque lot de 50 smartphones le nombre d'appareils non réparables, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est un tirage indépendant, avec une probabilité constante 0,045 d'obtenir un smartphone non réparable. X compte le nombre de succès, au sens « non réparable », dans 50 tirages. C'est donc une variable binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Tous les appareils sont réparables si aucun n'est non réparable. La probabilité qu'un appareil soit réparable vaut 1 − 0,045 = 0,955. Par indépendance, la probabilité recherchée est $0{,}955^{50}$, soit 0,100 au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que tous les appareils soient réparables est 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Les valeurs arrondies au millième sont :

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S est la somme des probabilités P(X = i) pour i de 0 à 3. Elle correspond donc à la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S = 0,813 : environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois appareils non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale, E(X) = np. Ainsi, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. En moyenne, un lot de 50 smartphones contient 2,25 appareils non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir parmi les trois propositions la valeur de h telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95, puis arrondir h au centième. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La probabilité centrale de 0,95 correspond à environ 1,96 écart type de part et d'autre de la moyenne. Donc h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La proposition exacte est 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Avec h arrondi au centième, l'intervalle de décision centré sur 0,55 est [0,55 − 0,07 ; 0,55 + 0,07]. On ne rejette pas H_0 si la fréquence observée appartient à cet intervalle ; on la rejette sinon.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si f ∈ [0,48 ; 0,62] ; la rejeter sinon.

Question 3°. Sur l'échantillon aléatoire de 180 personnes interrogées, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Donner la conclusion du test.

La fréquence observée est 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de décision ; on rejette donc H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

H_0 est rejetée : le sondage à 55 % n'est pas confirmé.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, groupement B, code MATGRB1, d'une durée de deux heures et avec un coefficient variable selon la spécialité. L'exercice 1 porte sur la modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et le calcul de l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 évalue les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et le test d'hypothèse autour de l'obsolescence programmée des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions d'une équation différentielle linéaire sont la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.
- La vitesse instantanée associée à une distance f(t) est f'(t) ; vérifier les unités avant de comparer des vitesses.
- Pour une variable binomiale X de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np.
- Dans un test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle d'acceptation centré sur la proportion supposée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Préciser l'intervalle étudié et utiliser le signe de la dérivée pour établir les variations.
- Convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de comparer à l'objectif de 400 km/h.
- Distinguer les probabilités d'intersection, d'union et conditionnelles, en précisant l'événement conditionnant.
- Pour le test, calculer la fréquence observée sur 180 personnes et la comparer aux bornes de décision.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la solution d'une équation différentielle avec une condition initiale ?

Résolvez d'abord l'équation homogène, puis ajoutez une solution particulière de l'équation complète. La condition initiale permet ensuite de déterminer la constante qui reste dans l'expression générale.

Q : Comment savoir si une variable suit une loi binomiale dans cet exercice ?

Il faut un nombre fixe de tirages, deux issues possibles à chaque tirage, une probabilité de succès constante et des tirages indépendants. Ici, le prélèvement est assimilé à des tirages avec remise.

Q : Comment gérer le temps dans cette épreuve de deux heures ?

Répartissez le temps entre les deux exercices, chacun noté sur 10 points. Traitez d'abord les questions accessibles, puis gardez du temps pour les calculs, les unités et les arrondis demandés.

Q : Que faut-il présenter pour conclure correctement le test d'hypothèse ?

Énoncez les bornes de l'intervalle d'acceptation et calculez la fréquence observée. Indiquez si elle appartient à l'intervalle, puis formulez la décision concernant H0 en lien avec le contexte.

Sujet officiel associé (PDF) : https://bts-erpc.fr/assets/annales/bts-erpc/E2 - Mathématiques/2018/BTS ERPC - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Études de Réalisation d : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.